

ELLIPTIC INTEGRAL OF THE FIRST KIND  $F(\varphi|\alpha)$

Table 17.5

$$F(\varphi|\alpha) = \int_0^\varphi (1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \theta)^{-\frac{1}{2}} d\theta$$

$\alpha \setminus \varphi$	$0^\circ$	$5^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$	$20^\circ$	$25^\circ$	$30^\circ$
$0^\circ$	0	0.08726 646	0.17453 293	0.26179 939	0.34906 585	0.43633 231	0.52359 878
2	0	0.08726 660	0.17453 400	0.26180 298	0.34907 428	0.43634 855	0.52362 636
4	0	0.08726 700	0.17453 721	0.26181 374	0.34909 952	0.43639 719	0.52370 903
6	0	0.08726 767	0.17454 255	0.26183 163	0.34914 148	0.43647 806	0.52384 653
8	0	0.08726 860	0.17454 999	0.26185 656	0.34919 998	0.43659 086	0.52403 839
10	0	0.08726 980	0.17455 949	0.26188 842	0.34927 479	0.43673 518	0.52428 402
12	0	0.08777 124	0.17457 102	0.26192 707	0.34936 558	0.43691 046	0.52458 259
14	0	0.08727 294	0.17458 451	0.26197 234	0.34947 200	0.43711 606	0.52493 314
16	0	0.08727 487	0.17459 991	0.26202 402	0.34959 358	0.43735 119	0.52533 449
18	0	0.08727 703	0.17461 714	0.26208 189	0.34972 983	0.43761 496	0.52578 529
20	0	0.08727 940	0.17463 611	0.26214 568	0.34988 016	0.43790 635	0.52628 399
22	0	0.08728 199	0.17465 675	0.26221 511	0.35004 395	0.43822 422	0.52682 887
24	0	0.08728 477	0.17467 895	0.26228 985	0.35022 048	0.43856 733	0.52741 799
26	0	0.08728 773	0.17470 261	0.26236 958	0.35040 901	0.43893 430	0.52804 924
28	0	0.08729 086	0.17472 762	0.26245 392	0.35060 870	0.43932 365	0.52872 029
30	0	0.08729 413	0.17475 386	0.26254 249	0.35081 868	0.43973 377	0.52942 863
32	0	0.08729 755	0.17478 119	0.26263 487	0.35103 803	0.44016 296	0.53017 153
34	0	0.08730 108	0.17480 950	0.26273 064	0.35126 576	0.44060 939	0.53094 608
36	0	0.08730 472	0.17483 864	0.26282 934	0.35150 083	0.44107 115	0.53174 916
38	0	0.08730 844	0.17486 848	0.26293 052	0.35174 218	0.44154 622	0.53257 745
40	0	0.08731 222	0.17489 887	0.26303 369	0.35198 869	0.44203 247	0.53342 745
42	0	0.08731 606	0.17492 967	0.26313 836	0.35223 920	0.44252 769	0.53429 546
44	0	0.08731 992	0.17496 073	0.26324 404	0.35249 254	0.44302 960	0.53517 761
46	0	0.08732 379	0.17499 189	0.26335 019	0.35274 748	0.44353 584	0.53606 986
48	0	0.08732 765	0.17502 300	0.26345 633	0.35300 280	0.44404 397	0.53696 798
50	0	0.08733 149	0.17505 392	0.26356 191	0.35325 724	0.44455 151	0.53786 765
52	0	0.08733 528	0.17508 448	0.26366 643	0.35350 955	0.44505 593	0.53876 438
54	0	0.08733 901	0.17511 455	0.26376 936	0.35375 845	0.44555 469	0.53965 358
56	0	0.08734 265	0.17514 397	0.26387 020	0.35400 269	0.44604 519	0.54053 059
58	0	0.08734 620	0.17517 260	0.26396 842	0.35424 101	0.44652 487	0.54139 069
60	0	0.08734 962	0.17520 029	0.26406 355	0.35447 217	0.44699 117	0.54222 911
62	0	0.08735 291	0.17522 690	0.26415 509	0.35469 497	0.44744 153	0.54304 111
64	0	0.08735 605	0.17525 232	0.26424 258	0.35490 823	0.44787 348	0.54382 197
66	0	0.08735 902	0.17527 640	0.26432 556	0.35511 081	0.44828 459	0.54456 704
68	0	0.08736 182	0.17529 903	0.26440 362	0.35530 160	0.44867 252	0.54527 182
70	0	0.08736 442	0.17532 010	0.26447 634	0.35557 959	0.44903 502	0.54593 192
72	0	0.08736 681	0.17533 949	0.26454 334	0.35564 377	0.44936 997	0.54654 316
74	0	0.08736 898	0.17535 712	0.26460 428	0.35579 326	0.44967 538	0.54710 162
76	0	0.08737 092	0.17537 289	0.26465 883	0.35592 721	0.44994 944	0.54760 364
78	0	0.08737 262	0.17538 672	0.26470 671	0.35604 488	0.45019 046	0.54804 587
80	0	0.08737 408	0.17539 854	0.26474 766	0.35614 560	0.45039 699	0.54842 535
82	0	0.08737 528	0.17540 830	0.26478 147	0.35622 881	0.45056 775	0.54873 947
84	0	0.08737 622	0.17541 594	0.26480 795	0.35629 402	0.45070 168	0.54898 608
86	0	0.08737 689	0.17542 143	0.26482 697	0.35634 086	0.45079 795	0.54916 348
88	0	0.08737 730	0.17542 473	0.26483 842	0.35636 908	0.45085 596	0.54927 042
90	0	0.08737 744	0.17542 583	0.26484 225	0.35637 851	0.45087 533	0.54930 614
		$\left[ \begin{smallmatrix} (-8)3 \\ 3 \end{smallmatrix} \right]$	$\left[ \begin{smallmatrix} (-7)3 \\ 4 \end{smallmatrix} \right]$	$\left[ \begin{smallmatrix} (-6)1 \\ 4 \end{smallmatrix} \right]$	$\left[ \begin{smallmatrix} (-6)2 \\ 5 \end{smallmatrix} \right]$	$\left[ \begin{smallmatrix} (-6)5 \\ 5 \end{smallmatrix} \right]$	$\left[ \begin{smallmatrix} (-6)9 \\ 5 \end{smallmatrix} \right]$
5	0	0.08726 730	0.17453 962	0.26182 180	0.34911 842	0.43643 361	0.52377 095
15	0	0.08727 387	0.17459 198	0.26199 739	0.34953 092	0.43722 998	0.52512 754
25	0	0.08728 623	0.17469 061	0.26232 912	0.35031 330	0.43874 792	0.52772 849
35	0	0.08730 289	0.17482 397	0.26277 965	0.35138 244	0.44083 848	0.53134 425
45	0	0.08732 185	0.17497 630	0.26329 709	0.35261 989	0.44328 233	0.53562 273
55	0	0.08734 084	0.17512 935	0.26382 007	0.35388 123	0.44580 113	0.54009 391
65	0	0.08735 756	0.17526 454	0.26428 466	0.35501 092	0.44808 179	0.54419 926
75	0	0.08736 998	0.17536 525	0.26463 238	0.35586 223	0.44981 645	0.54735 991
85	0	0.08737 659	0.17541 895	0.26481 840	0.35631 976	0.45075 457	0.54908 352

The table can also be used inversely to find  $\varphi = \text{am } u$  where  $u = F(\varphi|\alpha)$  and so the Jacobian elliptic functions, for example  $\text{sn } u = \sin \varphi$ ,  $\text{cn } u = \cos \varphi$ ,  $\text{dn } u = (1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi)^{1/2}$ . See Examples 7-11. Compiled from K. Pearson, Tables of the complete and incomplete elliptic integrals, Cambridge Univ. Press, Cambridge, England, 1934 (with permission). Known errors have been corrected.